

**И.К. Васильева, П.Е. Ельцов**

**МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ**

**2008**

"

· · ·  
"

· · · , · · ·

## **МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ**

« » 2008

"

· · ·  
"

· · · , · · ·

## **МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ**

« » 2008

621.396.6

... / ... , ... - " ... - ", 2008. – 56 .

" ,  
" ,  
" .

MathCAD.

.21. .7. .:7 .

: . . . ,  
. . . .

©

"

...  
", 2008



## Лабораторная работа № 1

### ЗАДАЧА КЛАССИЧЕСКОГО ОБНАРУЖЕНИЯ. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ

Цель работы:

—

;

—

#### Теоретические сведения

##### Классификация

$\{A\} = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}, k=1, \dots, K, \{A\} \leftarrow \{X\}.$

(*различение*  
*знавание* ( *распо-*

$K = 2,$

*задача классического обнаружения.*

*изображением,*

*образы.*

*обучением.*

решающим правилом.

Обучающая выборка –

борке,

контрольной вы-

генеральную совокупность ( )

параметрическими.

непараметри-

ческой,  
непараметрическими.

$$\hat{f}_n(\mathbf{x}|a_j).$$

### Формирование признакового пространства

( )

$$X = \begin{matrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{p1} & x_{p2} & \dots & x_{pn} \end{matrix}$$

$$\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})^T, \quad i = 1, \dots, n$$

$X_2, \dots, X_n,$   
 $p$

$p$

$$Y_1, \dots, Y_g,$$

$$X_1, \dots, X_p; \quad p < g.$$

$$J(Y_1, \dots, Y_g),$$



$Y_1, \dots, Y_g$ .

$J(Y_1, \dots, Y_g)$

### Принятие решений

$K \geq 2$   
подобия  $L$

отношения правдо-

$c,$

:

$$L = \frac{f_n(x_1, \mathbf{K}, x_n | a_2)}{f_n(x_1, \mathbf{K}, x_n | a_1)} \geq c, \quad (1.1)$$

$f_n(x_1, \mathbf{K}, x_n | a_j)$  –  
 $x_1, \dots, x_n$

$a_j$ .

(1.1)

$\hat{f}_n(x_1, \mathbf{K}, x_n | a_j)$ .

$c$

$\hat{L}$ .

$K = 2$

$$L = \frac{f(x_1, \mathbf{K}, x_n | a_2) \geq \frac{\Pi_{12} - \Pi_{11}}{\Pi_{21} - \Pi_{22}} \frac{P(a_1)}{P(a_2)}}{f(x_1, \mathbf{K}, x_n | a_1) < \frac{\Pi_{12} - \Pi_{11}}{\Pi_{21} - \Pi_{22}} \frac{P(a_1)}{P(a_2)}}, \quad (1.2)$$

$\Pi = \begin{matrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} \end{matrix}$  –

$\Pi_{kl}$

$a_k,$

$a_l; P(a_j)$  –

(1.2)

$$R = \sum_{k=1}^K P(a_k) \sum_{l=1}^K \Pi_{kl} P_{kl},$$

$P_{kl}$  –

$a_k,$

$a_l$ .

$$K \geq 2$$

$\alpha_k$

$n$

$a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, a_{k+1}, \dots, a_K,$

$a_k,$

$\beta_k -$

$a_k,$

Ошибка 1-го рода –

Ошибка 2-го рода –

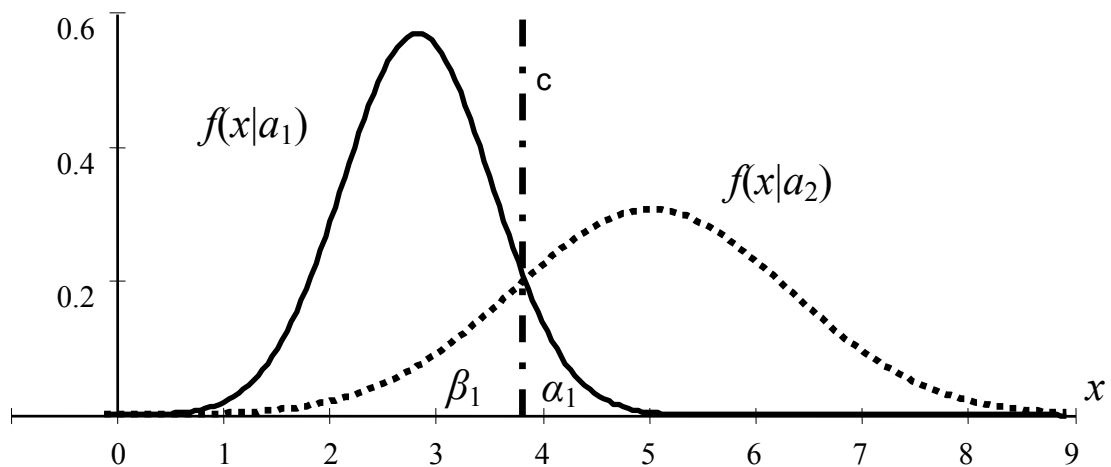
( $K = 2$ )

$$\alpha_1 = \beta_2 \quad \alpha_2 = \beta_1,$$

1- 2-

( 1.1).

$\alpha_1 \quad \beta_1$



1.1.

$a_1 \quad a_2$

$c$

$x_n$

$a_j,$

$$P(a_j|x_n) = \frac{P(a_j)f(x_n|a_j)}{\sum_{k=1}^K P(a_k)f(x_n|a_k)}$$

$$a = \begin{cases} a_2, & \text{если } L(x_n) \geq P(a_1)/P(a_2); \\ a_1, & \text{если } L(x_n) < P(a_1)/P(a_2). \end{cases} \quad (1.3)$$

(1.2), (1.3)

$K = 2$

$$a = \begin{cases} a_2, & \text{если } L(x_n) \geq c; \\ a_1, & \text{если } L(x_n) < c, \end{cases} \quad (1.4)$$

$c$

$P_{12}$

$\alpha$ :

$$P_{12} = \int_c^{\infty} f(L|a_1) dL \leq \alpha.$$

$P_{12} \quad P_{21}$ ,

$$a = \begin{cases} a_2, & \text{если } L(x_n) \geq 1; \\ a_1, & \text{если } L(x_n) < 1 \end{cases} \quad (1.5)$$

(1.5)

### Порядок выполнения работы

1. ( ) -
- (  $m_1, \sigma_1$  ) (  $m_2, \sigma_2$  ), -
- $a_1$   $a_2$ , -

$$f(x|a_1) = f(x, m_1, \sigma_1) \quad f(x|a_2) = f(x, m_2, \sigma_2).$$

2. (1.5).
3. (1.5).

4. ( ) -
- $p_1$   $p_2$   $a_1$   $a_2$  -
- $a_1$   $a_2$ .

5. (1.3).
6. (1.3).

7. , -
8. , -

### Варианты заданий к лабораторной работе № 1

	$m_1$	$\sigma_1$	$m_2$	$\sigma_2$	$p_1$	$p_2$		$m_1$	$\sigma_1$	$m_2$	$\sigma_2$	$p_1$	$p_2$
1	2	0.5	4	1	0.3	0.7	5	-1	0.3	1	0.9	0.6	0.4
2	0	0.4	2	1	0.4	0.6	6	-3	1	-1	0.5	0.9	0.1
3	0	1	2	0.8	0.1	0.9	7	-4	0.5	-1	1.2	0.7	0.3
4	-2	0.7	0	0.4	0.2	0.8	8	3	0.8	5	1	0.8	0.2

N = 200.

## Контрольные вопросы

1. « »?
2. ?
3. ?
4. ?
5. -

## Пример выполнения лабораторной работы

1. : - 2, -  
 (  $m$  - )  
 $\sigma$ :  $m_1 = 5, \sigma_1 = 1$  ( 1)  $m_2 = 3, \sigma_2 = 0,6$  ( 2).  
 2. MathCAD  
 $a_k (k = 1, 2)$   $x$

$$f(x|a_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_k} \exp \frac{-(x - m_k)^2}{2\sigma_k^2}$$

$$f(z, m, \sigma) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \exp \frac{-(z - m)^2}{2 \cdot \sigma^2}$$

$N$  ( $N = 200$ )  $0x,$   $x_{max}$   $x_{min}$   
 $[x_{min}, x_{max}]$ . « »,

$x,$  -

$$m \pm 3\sigma$$

0,997.

$[x1min, x1max],$  1 ( $x \in a_1$ ),  
 $[x2min, x2max],$  2 ( $x \in a_2$ ),

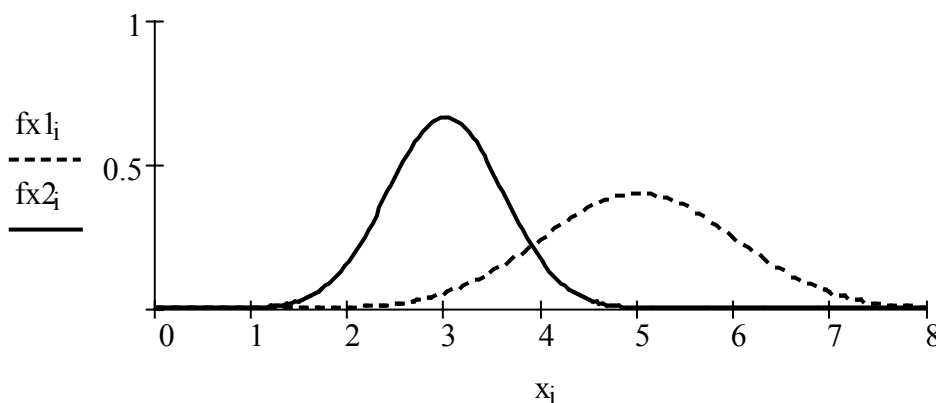
$$x1min = m_1 - 3 \cdot \sigma_1, x1max = m_1 + 3 \cdot \sigma_1,$$

$$x2min = m_2 - 3 \cdot \sigma_2, x2max = m_2 + 3 \cdot \sigma_2.$$

$x$ :

$$\begin{aligned}
 x_{min} &:= \min(x1_{min}, x2_{min}); \\
 x_{max} &:= \max(x1_{max}, x2_{max}). \\
 x_{min} &= 0, x_{max} = 8. \\
 [x_{min}, x_{max}] & \quad (N - 1) \\
 & \quad \vdots \\
 i &:= 0..N - 1, x_i := x_{min} + \frac{x_{max} - x_{min}}{N - 1} \cdot i.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(x_i|a_1) \quad f(x_i|a_2), & \quad x_i: \\
 fx1_i := f(x_i, m1, \sigma1), \quad fx2_i := f(x_i, m2, \sigma2). & \\
 & \quad ( \quad . 1.2).
 \end{aligned}$$



. 1.2.

$x$

3.

(1.5)

$$\frac{(x - m_1)^2}{\sigma_1^2} - \frac{(x - m_2)^2}{\sigma_2^2} = 2 \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_1} - 2 \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_2}.$$

$$x^2 (\sigma_2^2 - \sigma_1^2) + x (2m_2 \sigma_1^2 - 2m_1 \sigma_2^2) + m_1^2 \sigma_2^2 - m_2^2 \sigma_1^2 - 2\sigma_1^2 \sigma_2^2 \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 0.$$

$\vdots$

$$\begin{aligned}
 d1 &:= \sigma_1^2, \quad d2 := \sigma_2^2, \quad a := d2 - d1, \quad b := 2 \cdot m2 \cdot d1 - 2 \cdot m1 \cdot d2, \\
 c &:= m1^2 \cdot d2 - m2^2 \cdot d1 - 2 \cdot d1 \cdot d2 \cdot \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1}.
 \end{aligned}$$

$$xg1 := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}, \quad xg2 := \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a};$$

$$xg1 = -0.147 \quad xg2 = 3.897.$$

4.

$$xg1 \quad xg2.$$

$$A = \{a_1, a_2\} ( \quad xg1 \notin [0, 8]),$$

$$( \quad ) \quad x:$$

$$xmin := if(xmin > xg1, xg1, xmin);$$

$$xmax := if(xmax < xg2, xg2, xmax).$$

$x_i, fx1_i, fx2_i.$

( . 1.3)

$$fg_i := if(xg1 < x_i < xg2, 0.5, 0)$$

Show Markers

Format ( X-Y Axes)

$$xg1 \quad xg2.$$

5.

(1.5)

$a_1,$

$$P21 := \int_{x \min}^{xg1} f(z, m2, \sigma2) dz + \int_{xg1}^{x \max} f(z, m2, \sigma2) dz.$$

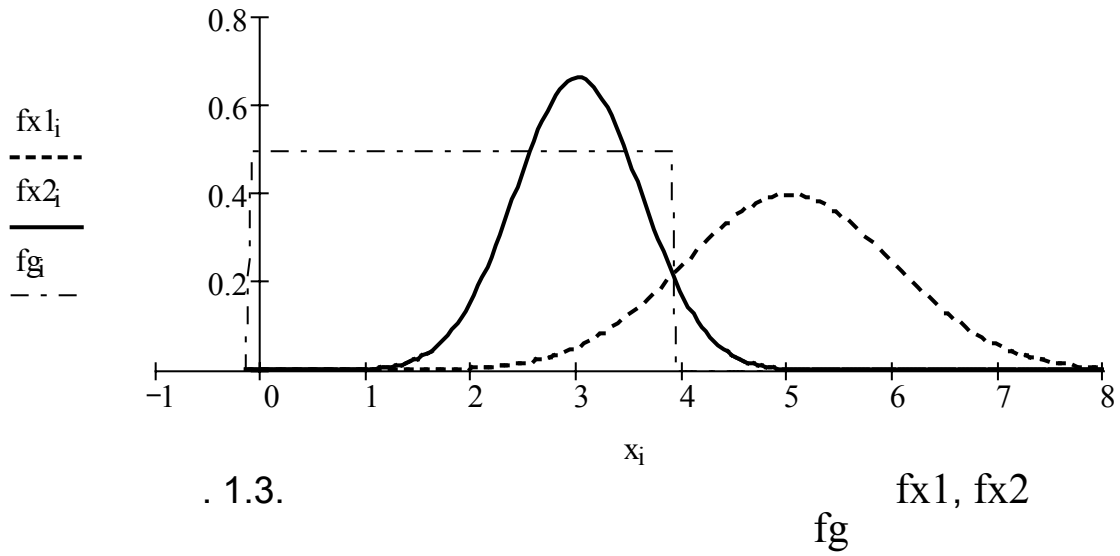
$a_2,$

$$P12 := \int_{xg1}^{xg2} f(z, m1, \sigma1) dz.$$

$$P21 = 0.067 \quad P12 = 0.135.$$

$$P := 1 - 0.5 \cdot (P21 + P12).$$

$$P = 0.899.$$



6.

(1.3)

p1 p2

$$a_1 \quad a_2, p1 + p2 = 1:$$

$$p1 := \frac{1}{3}, p2 := \frac{2}{3}.$$

7.

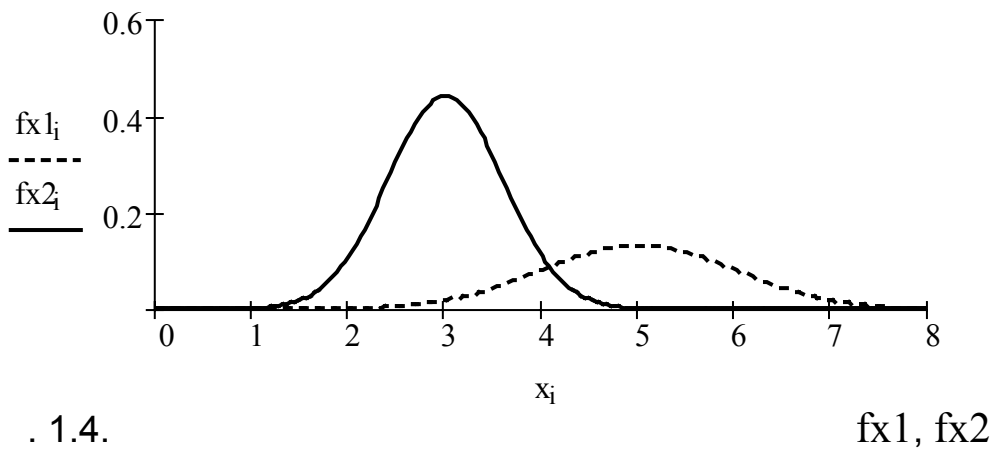
$xmax]$

$a_2$  ( . 1.4.)

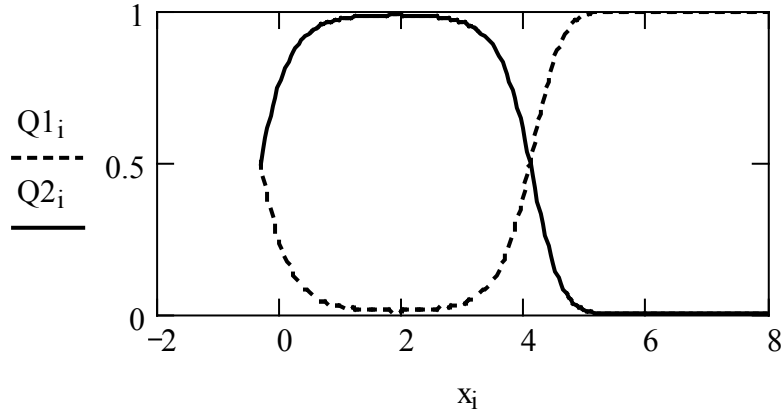
$$fx1_i := p1 \cdot f(x_i, m1, \sigma1), \quad fx2_i := p2 \cdot f(x_i, m2, \sigma2)$$

$a_1 \quad a_2$  ( . 1.5.)

$$Q1_i := \frac{fx1_i}{fx1_i + fx2_i}, \quad Q2_i := \frac{fx2_i}{fx1_i + fx2_i}.$$







. 1.5.

Q1, Q2

8.

(1.3)

$$\frac{(x-m_1)^2}{\sigma_1^2} - \frac{(x-m_2)^2}{\sigma_2^2} = 2 \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_1} - 2 \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_2} - 2 \ln \frac{p_2}{p_1} .$$

$$x^2(\sigma_2^2 - \sigma_1^2) + x(2m_2\sigma_1^2 - 2m_1\sigma_2^2) + m_1^2\sigma_2^2 - m_2^2\sigma_1^2 - 2\sigma_1^2\sigma_2^2 \ln \frac{\sigma_2 p_1}{\sigma_1 p_2} = 0 .$$

:

$$d1 := \sigma_1^2, \quad d2 := \sigma_2^2, \quad a := d2 - d1, \quad b := 2 \cdot m_2 \cdot d1 - 2 \cdot m_1 \cdot d2,$$

$$c := m_1^2 \cdot d2 - m_2^2 \cdot d1 - 2 \cdot d1 \cdot d2 \cdot \ln \frac{\sigma_2 \cdot p_1}{\sigma_1 \cdot p_2} .$$

$$xg1 \quad xg2, \quad xg1 < xg2:$$

$$xg1 := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}, \quad xg2 := \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} .$$

$$xg1 = -0.332 \quad xg2 = 4.082 .$$

9.

( . 1.6)

,

. 4:

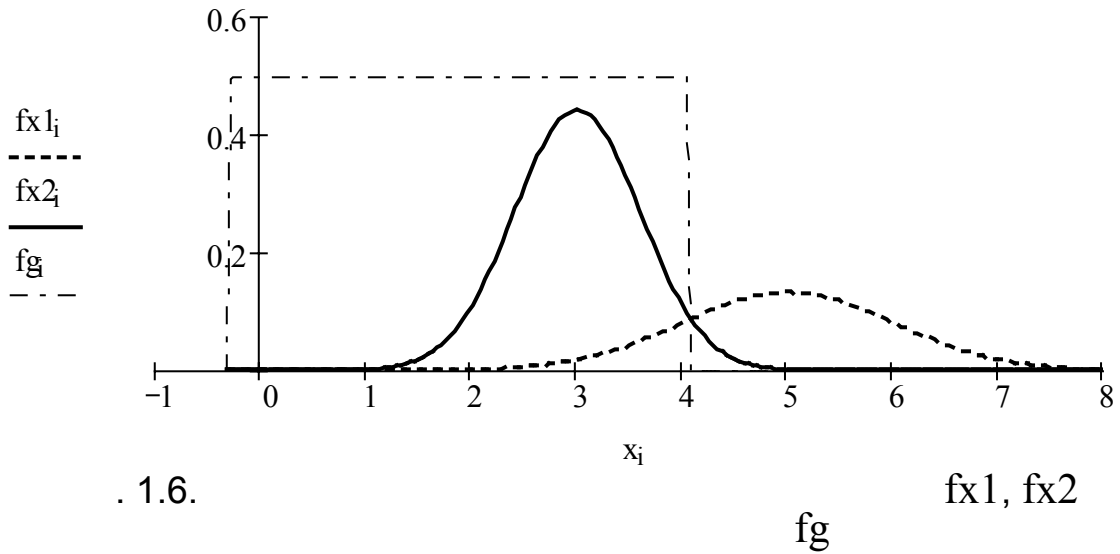
$x$ :  $xmin, xmax$ ,

$x_i$ ,

$fx1_i, fx2_i$ ,

:

$$fg_i := if( xg1 < x_i < xg2, 0.5, 0 ).$$



1.6.

10.

$$P21 := \int_{x_{min}}^{x_{g1}} f(z, m2, \sigma2) dz + \int_{x_{g1}}^{x_{max}} f(z, m2, \sigma2) dz;$$

$$P12 := \int_{x_{g1}}^{x_{g2}} f(z, m1, \sigma1) dz.$$

$$P21 = 0.036 \quad P12 = 0.179.$$

$$p1 \neq p2 \neq 0.5:$$

$$P := 1 - (p1 \cdot P12 + p2 \cdot P21), \quad P = 0.916.$$

11.

$$\sum_{i=1}^K p(a_i) = 1, \quad p(a_i) = \frac{1}{K},$$

$p(a_i) -$

$a_i; K -$

## Лабораторная работа № 2

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОДНОСТУПЕНЧАТОГО АЛГОРИТМА КЛАССИФИКАЦИИ С НАКОПЛЕНИЕМ ДАННЫХ

Цель работы:

- ;
- ;
- ;
- ;

MathCAD.

#### Теоретические сведения

–  
–  
–  
(  
.)  
,  
.  
:  
(  
)  
,  
.

Достоверность решения  $a = a_k -$

$P_{kk}.$

$K = 2$

,  $\alpha = P_{12} = 1 - P_{11}$   $\beta = P_{21} = 1 - P_{22},$

$a_1$   $a_2$  :

$P_{11} = 1 - \alpha; P_{22} = 1 - \beta.$

$P_{11}$   $P_{22}$

$P_{11} + P_{22} > 1,$

$P_{11}$     $P_{22}$   
 $a_1$     $a_2$   
 —  
 $i=1 \dots n, j=1 \dots p.$

0.5,

0.5.

$$X = \{x_{ij}\} : (n \times p),$$

Y

$$X: X = A \cdot Y$$

$p$

$p,$

$$Y_1, \dots, Y_g.$$

( , , , ),

### Распознавание одномерных нормальных совокупностей с общей дисперсией

$n$

$$A = \{a_1, a_2\}.$$

$x$

$$f(x, m, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp \frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}. \quad (2.1)$$

$$f(x|a_1) = f(x, m_1, \sigma_1) \quad f(x|a_2) = f(x, m_2, \sigma_2), \quad \dots$$

$x,$

$$L(x) = \frac{f(x, m_1, \sigma_1)}{f(x, m_2, \sigma_2)} = 1. \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \{x_1, x_2, \dots, x_n\} & x_i \\ (i = 1, 2, \dots, n) & \mathbf{x} & a_k \\ & & ) \end{aligned}$$

$$f(x|a_k) = f(\mathbf{x}, m_k, \sigma_k) = \prod_{i=1}^n f(x_i, m_k, \sigma_k). \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} & (2.2) \quad (\ln L(\mathbf{x})) \\ \sigma^2 & (2.3) \quad (m_2 > m_1) \\ \ln \frac{f(\mathbf{x}, m_1, \sigma)}{f(\mathbf{x}, m_2, \sigma)} &= \frac{m_2 - m_1}{\sigma^2} \cdot \sum_{i=1}^n x_i - \frac{n \cdot (m_2^2 - m_1^2)}{2 \cdot \sigma^2}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

$m_1, m_2$  -

$H_1:$   
 $m_1$

$H_2, \quad m_2$  -

$\sigma.$  -

(2.4) -

$\ln c,$

$$\ln L(\mathbf{x}) \geq \ln c, \quad a_2 > a_1. \quad (2.5)$$

(2.5)  $H_2,$  -

-  $H_1.$  -

$$(2.2), \quad \ln c = \ln 1 = 0.$$

- , -

$$y_n = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i, \quad (2.6)$$

(2.5)

$$\begin{aligned} \gamma = & y_n > x_{gr} \Rightarrow H_2 : A = a_2; \\ & y_n \leq x_{gr} \Rightarrow H_1 : A = a_1, \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$x_{gr} = \ln c \quad (2.4), (2.5)$$

$$\ln c = x_{gr} = \frac{m_1 + m_2}{2}. \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$M \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i | a_k = m_k \quad (k=1, 2)$$

$$D \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i | a_k = \frac{\sigma_k^2}{n} \quad (k=1, 2).$$

(2.7)

F(z):

$$\alpha = \beta = 1 - F \frac{(m_2 - m_1)\sqrt{n}}{2\sigma} + \frac{\sigma \cdot \ln c}{(m_2 - m_1)\sqrt{n}}, \quad m_2 > m_1.$$

### Последовательное принятие решений

$$G_1, \quad G_2, \quad G_{пр}.$$

$$G_{пр}, \quad n_1, \quad (G_1, G_2),$$

$$G_1), \quad a_1 (, \quad a_2 (G_2).$$

$$\alpha, \quad \beta.$$

$\alpha$   $\beta$ ,  
 $L(x)$   $\ln L(x)$   $c_1$   $c_2$   $M\{n|a_1\}$   
 $H_1: a = a_1$   $M\{n|a_2\}$   $H_2: a = a_2$ .

$H_1$ ,  
 $c_1 < \ln L(x_1, x_2, \dots, x_k) < c_2, k = 1, 2, \dots, n-1; \ln L(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq c_1$ ,  
 $H_2$ ,  
 $c_1 < \ln L(x_1, x_2, \dots, x_k) < c_2, k = 1, 2, \dots, n-1; \ln L(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq c_2$ .

$c_1$   $c_2$ ,

$\alpha$   $\beta$ :  
 $c_1 = \ln[\beta/(1-\alpha)]$ ,  
 $c_2 = \ln[(1-\beta)/\alpha]$ .

$n_{\max}$ ,



$(c_1 \quad c_2),$

$(c_{yc}),$

### Порядок выполнения работы

1. ( )

$m_1, m_2 \quad \sigma,$   
 $a_1 \quad a_2,$

x:  $f(x|a_1) = f(x, m_1, \sigma),$

$f(x|a_2) = f(x, m_2, \sigma).$

2. (2.8)

3.

$a_2;$

$N = 100$

$a_1$

4.

$n = 1, 2, \dots, 10.$

5.

$(N = 100)$

$N$

6.

7.

n.

8.



[xmin, xmax] (N - 1) -

:

N:= 100, i:=0..N-1,  $x_i := \text{xmin} + \frac{\text{xmax} - \text{xmin}}{N-1} \cdot i$ .

$x_i$  -

x  $a_1$   $a_2$ :

$\text{fx1}_i := f(x_i, m1, \sigma)$ ,  $\text{fx2}_i := f(x_i, m1, \sigma)$ .

3.

$$xg := \frac{m1 + m2}{2}$$

$\text{fg}_i := \text{if}(x_i > xg, 0.35, 0)$

(  $\text{fg}_i$  Show Markers  
 $xg$ ).

x  $a_1$   $a_2$  ( . 2.1).

4.

x -

Norm(m,σ):

v:=48 k:=1..v

$$\text{Norm}(m, \sigma) := \sqrt{\frac{12}{v}} \cdot \sigma \cdot \sum_k \text{rnd}(1) - \frac{v}{2} + m.$$

N  $a_1$   $a_2$ :

$x1_i := \text{Norm}(m1, \sigma)$ ;  $x2_i := \text{Norm}(m2, \sigma)$ .

$x1_i$  ( $x \in a_1$ ),  $x2_i$

( $x \in a_2$ ) ( . 2.2).

5.

:

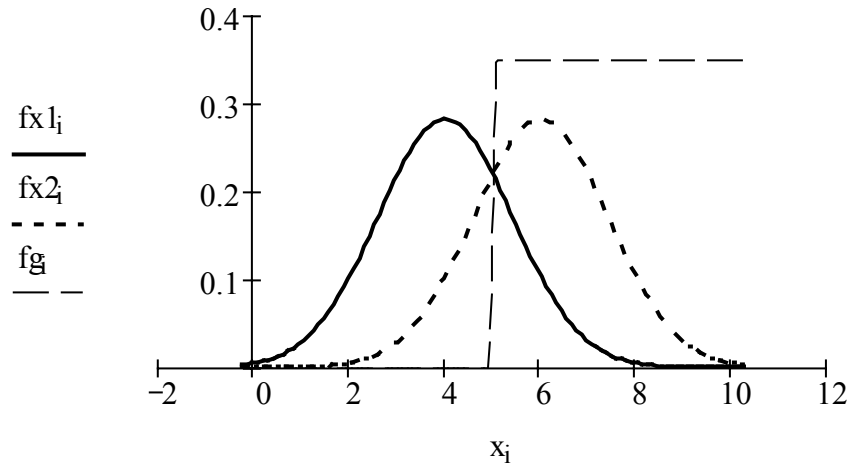
n:= 1.

6.

m1 m2:

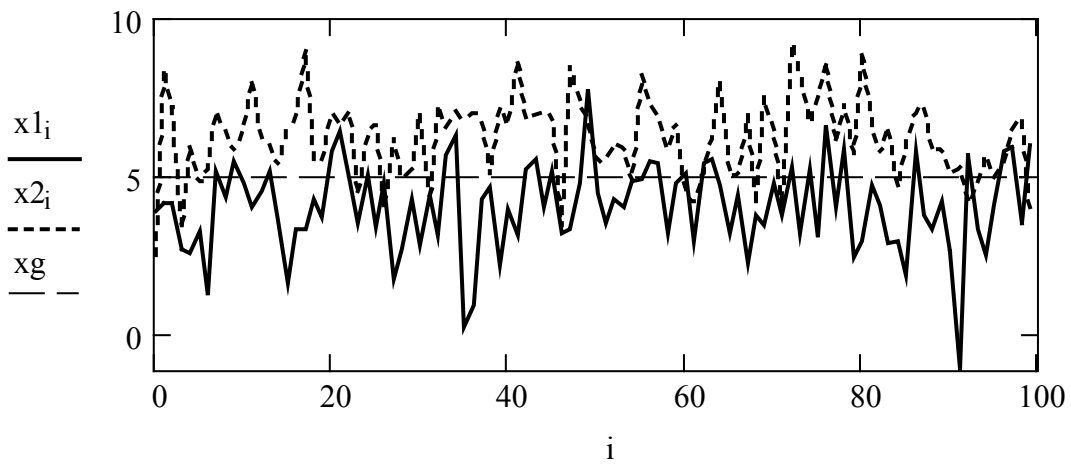
$$j:=1..n;$$

$$y1_i := \sum_j \frac{\text{Norm}(m1, \sigma)}{n}; \quad y2_i := \sum_j \frac{\text{Norm}(m2, \sigma)}{n}.$$



. 2.1.

x



. 2.2.

$x1$  и  $x2$

$xg$

7.

$$\{ (y < xg), \quad (x \in a_1), \quad (x \in a_2) \}$$

N12 (

$a_1,$

$a_2)$

N21 (

$a_2,$

-

$a_1):$

$$N12 := \sum_i \text{if}(y2_i < xg, 1, 0);$$

$$N_{21} := \sum_i \text{if}(y_{1_i} > x_g, 1, 0).$$

:

$$P_{12\_e} := \frac{N_{12}}{N}; \quad P_{21\_e} := \frac{N_{21}}{N};$$

$$P\_e := \frac{P_{12\_e} + P_{21\_e}}{2}.$$

8.

n

n = 1, 2,

3, ..., 10. n = 1

(y\_i = x\_i). n = 2

$$(y_i = (x_i + x_{i+1})/2) \dots$$

$$P_{12} = \int_{-\infty}^{x_{gr}} f(x|a_2) dx \quad P_{21} = \int_{x_{gr}}^{\infty} f(x|a_1) dx.$$

, n

m

$\sigma^2$

m

( $\sigma^2/n$ ),

f1n\_i f2n\_i

y1 y2

. 2,

:

$$f1n_i := f(x_i, m1, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}); \quad f2n_i := f(x_i, m2, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}).$$

:

$$P_{12\_t} := \int_{x_g}^{x_{max}} f(x, m1, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) dx;$$

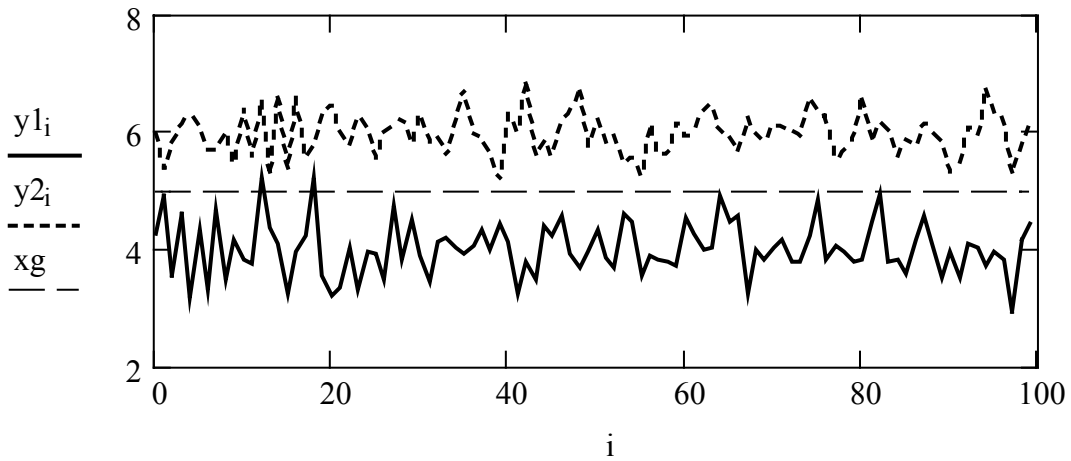
$$P_{21\_t} := \int_{x_{min}}^{x_g} f(x, m2, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) dx;$$

$$P_t := \frac{P12_t + P21_t}{2}$$

9.  
( $m = m2$ )  
10.

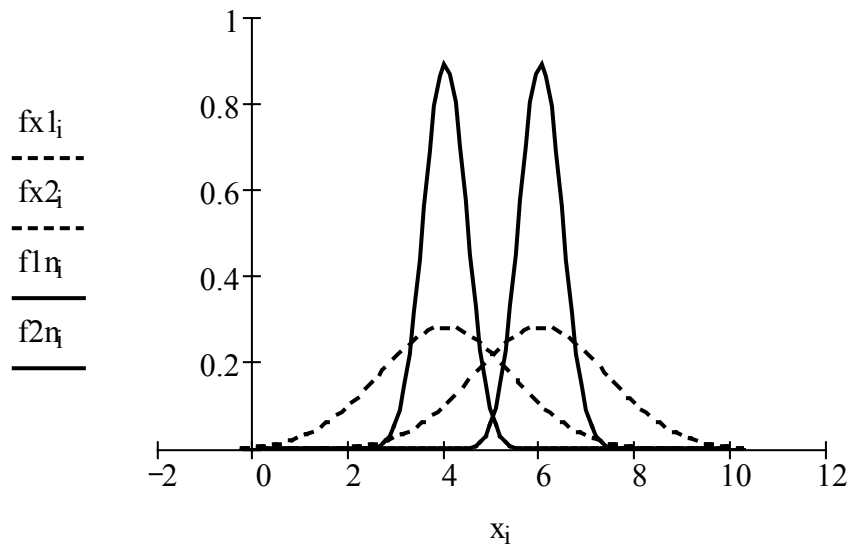
$y1_i$  ( $m = m1$ )  $y2_i$   
( . 2.3).

( . 2.4).



. 2.3.

$y1$   $y2$



. 2.4.

11.

(

-  
)

$n = 1.$

$P_e$   $P_t$   $PE_1$   
 $PT_1$  :  
 $P_e := 0.25;$   $PE_1 := 0.25;$   
 $P_t := 0.24;$   $PT_1 := 0.24.$

12. , . 5,  $n = 2, 3, \dots, 10.$   
 $n(1, 2, \dots, 10)$

$P_e$   $P_t$  -  
 $PE_j$   $PT_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 10$ ),  
 $\{PE_j\}$   $\{PT_j\}$  -  
 n.

. 2.1.

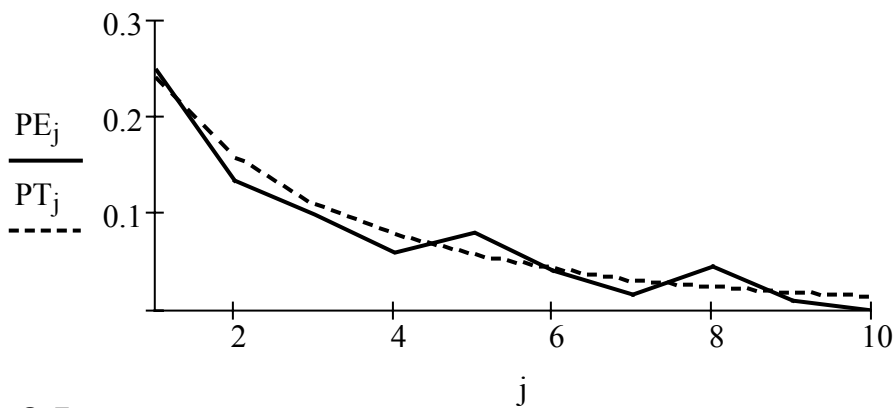
2.1

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$PT_j$	0.24	0.159	0.11	0.079	0.057	0.042	0.031	0.023	0.017	0.013
$PE_j$	0.25	0.135	0.1	0.06	0.08	0.04	0.015	0.045	0.01	0.0

12. -

$n$  ( . 2.5).

$j:=1..10$



. 2.5.

## Лабораторная работа № 3

### МЕТОДЫ РАЗДЕЛЯЮЩИХ ФУНКЦИЙ

Цель работы:

– « », –  
– ; –  
– MathCAD –  
.

#### Теоретические сведения

–  
–  
" " .

#### Метод построения эталонов

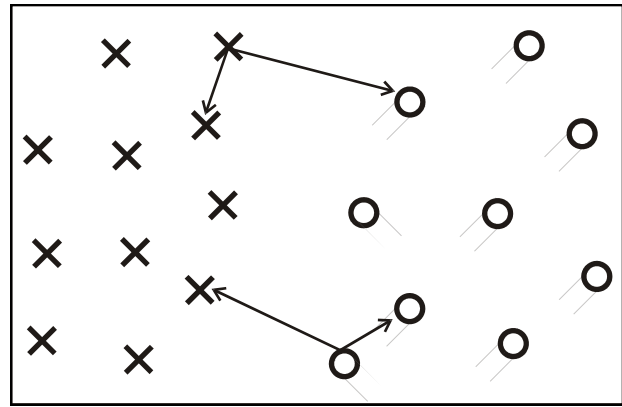
–  
:  
$$\mathbf{x}^0 = \{x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0\}, \quad x_i^0 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_{ik},$$
  
 $K$  –

–  
.  
 $\mathbf{x}^*$ ,  
.  
 $\mathbf{x}^*$ , –



### Правило ближайшего соседа

$X^n = \{\mathbf{r}_1^*, \mathbf{r}_2^*, \dots, \mathbf{r}_n^*\}$   
 $\mathbf{r}_i^* \in X^n$   
 правило ближайшего соседа  
 $\mathbf{r}_i^* (3.1).$



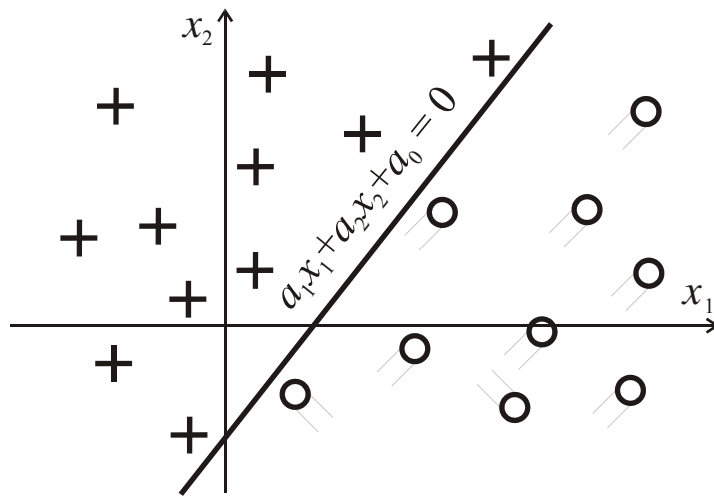
. 3.1.

### Методы разделяющих функций

$\mathbf{r}_x,$   
 $g(\mathbf{r}_x) = \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{r}_x + w_0, \quad (3.1)$   
 $\mathbf{w} - ; w_0 -$   
 $a_1, \quad g(\mathbf{r}_x^*) < 0, \quad a_2, \quad g(\mathbf{r}_x^*) > 0,$   
 $g(\mathbf{r}_x) = 0,$   
 $a = a_1,$   
 $a = a_2.$

$g(\mathbf{x})$  ,   
 $G_1 \quad a_1 \quad G_2 \quad a_2$  .   
 $K > 2$  ,   
 $K = 2$  .

$$\begin{aligned}
 g(\mathbf{x}) > 0, & \quad \mathbf{r}^0 - & (a_1); \\
 g(\mathbf{x}) < 0, & \quad \mathbf{r}^0 - & (a_2), \\
 a_1 \quad a_2 & & ( \quad . 3.2).
 \end{aligned}$$



. 3.2.

$a_1 \quad a_2$ )

$$g_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=0}^n w_{ij} \cdot x_j, \quad (3.2)$$

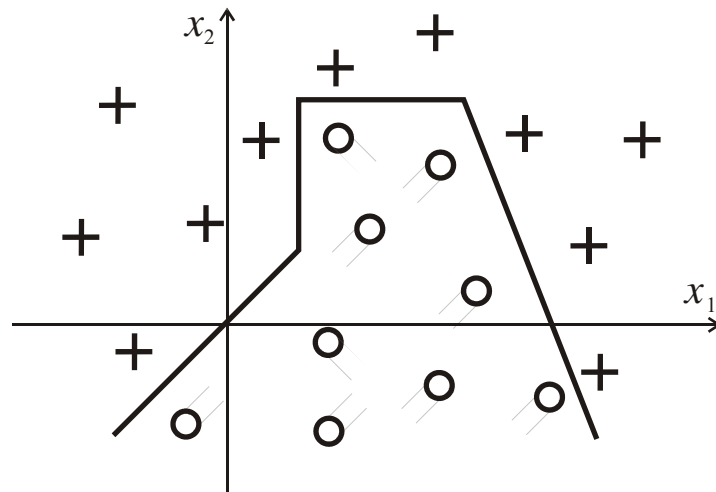
$x_0 \equiv 0 -$  ;  $w_{ij} -$

$\mathbf{W} : (p \times n + 1)$ .

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2) \quad ( \quad . 3.3)$$

$$\begin{aligned}
 g(x_1, x_2) = & \quad w_{10} + w_{11}x_1 + w_{12}x_2 & \quad \forall x_1 \in [x_1^0, x_1^1]; \\
 & \quad w_{20} + w_{21}x_1 + w_{22}x_2 & \quad \forall x_1 \in (x_1^1, x_1^2]; \\
 & \quad w_{30} + w_{31}x_1 + w_{32}x_2 & \quad \forall x_1 \in (x_1^2, x_1^3].
 \end{aligned}$$

$$g(x_1^*, x_2^*) > 0, \quad a_1, \quad - \quad a_2.$$



. 3.3.

$$\xi_1 = (x_1, y_1) \in a_1, \quad \xi_2 = (x_2, y_2) \in a_2, \quad g(x, y) -$$

$$M(x_0, y_0)$$

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2):$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}, \quad y = k \cdot x - k \cdot x_1 + y_1,$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

$$M(x_0, y_0):$$

$$x - x_0 + k(y - y_0) = 0, \quad y = -\frac{x - x_0}{k} + y_0.$$



## Контрольные вопросы

1. ? -
2. ? -
3. « »? -
4. ? -
5. ? -
6. ? -
7. ? -

## Пример выполнения лабораторной работы

1. :  
 $a_1 \quad a_2: \xi_i = (x_i, y_i), \quad i = 1 \dots 6, \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\} \in a_1,$   
 $\{\xi_4, \xi_5, \xi_6\} \in a_2. \quad \xi_i \quad . 3.1.$   
3.1

{ $\xi_i$ }	$a_1$			$a_2$		
$i$	1	2	3	4	5	6
$x_i$	-1	0	1	0	1	2
$y_i$	1	-1	0	0	1	-1

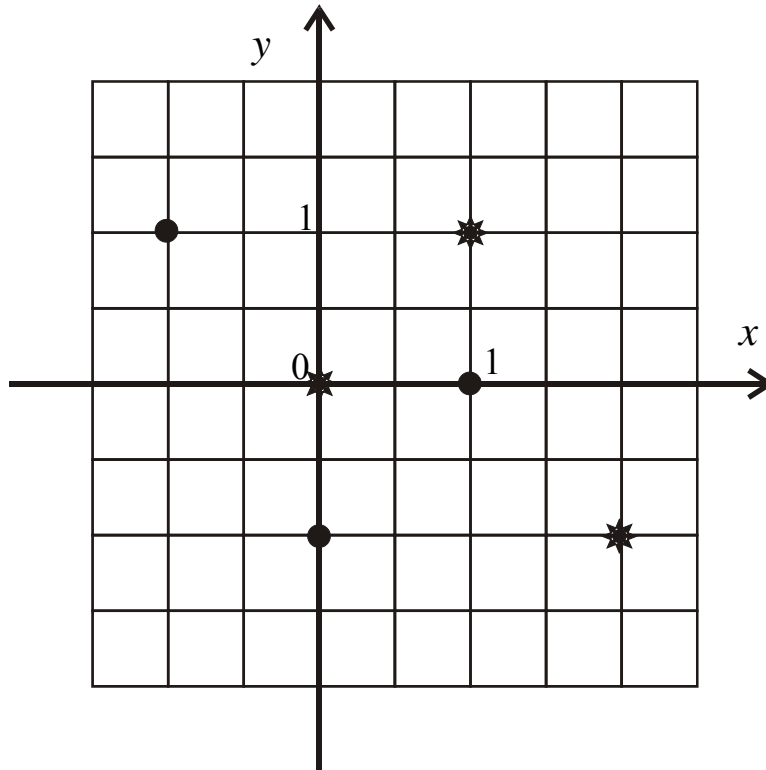
2.  $\xi_i \quad x_0y;$   
( . 3.4).

3.  $\xi_1 \in a_1 \quad \xi_4 \in a_2$

:

)  $M1 - \quad [\xi_1, \xi_4] :$

$$M1 \frac{x_1 + x_4}{2}, \frac{y_1 + y_4}{2} = M1(-0.5, 0.5);$$



. 3.4.

)  $[\xi_1, \xi_4],$

M1:

$$y = -(x + 0.5) \cdot \frac{0 + 1}{0 - 1} + 0.5 = x + 1;$$

)  $\xi_1 \quad \xi_4$   
 $g_1(x, y) = y - x - 1 = 0.$

4.  $\xi_2 \in a_1 \quad \xi_4 \in a_2.$   
 $0y,$

0y M2 –  $[\xi_2, \xi_4]:$

$$M2 \frac{x_2 + x_4}{2}, \frac{y_2 + y_4}{2} = M1(0, -0.5).$$

$$, y = -0.5 \quad g_2(x, y) = y + 0,5 = 0.$$

5.  $g_1(x, y) = 0 \quad g_2(x, y) = 0 -$

$S_1 \quad - \quad g_1(x, y) = 0$

$a_2;$

$a_1$

:

$$y = x + 1;$$

$$y = -0.5.$$

$$S_1 = S_1(-1.5, -0.5).$$

6.

$$g_1(x, y) = 0.$$

$g_1$

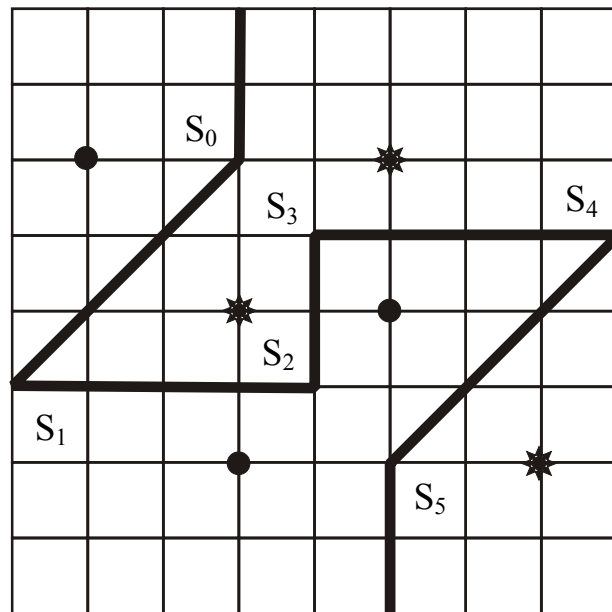
$$S_k(x_k, y_k)$$

. 3.2.

. 3.5.

3.2

k	0	1	2	3	4	5	
$g_1(x, y)$	$x = 0$	$y = x + 1$	$y = -0.5$	$x = 0.5$	$y = 0.5$	$y = x - 2$	$x = 1$
$S_k(x_k, y_k)$	(0, 1)	(-1.5, -0.5)	(0.5, -0.5)	(0.5, 0.5)	(2.5, 0.5)	(1, -1)	



. 3.5.

$g_1$

7.

$$a_1 \quad a_2$$

$$g_1(x, y) = 0.$$

$\gamma_1$

$$a_1, \gamma_2 -$$

$$x = x_k ($$

$$x_0 y$$

$G_k$

$$\begin{cases}
x < -1.5, & \gamma_1, \\
x \in [-1.5, 0], & \\
-0.5 \leq y \leq x + 1, & \gamma_2, \quad \gamma_1, \\
x \in (0, 0.5], & \\
y < -0.5, & \gamma_2, \quad \gamma_1, \\
x \in (0.5, 1], & \\
y \geq 0.5, & \gamma_2, \quad \gamma_1, \\
x \in (1, 2.5], & \\
x - 2 \leq y \leq 0.5, & \gamma_1, \quad \gamma_2, \\
\gamma_2 \}.
\end{cases} \tag{3.3}$$

8.  $\xi_i$

$$\bar{m}_\xi | a_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \xi_j | \xi_j \in a_i,$$

$$\bar{m}_\xi | a_i = (x_j, y_j) \quad \xi_j, \quad a_i, \quad (i = 1, 2, \dots),$$

$$n_i - a_i. \quad \bar{m}_1 = (m1_0, m1_1)$$

$$\bar{m}_2 = (m2_0, m2_1) -$$

$$( ) \quad a_1 \quad a_2: \quad \{ m1_0 := \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^3 x_i, m1_1 := \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^3 y_i \} \quad \{ m2_0 := \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=4}^6 x_i, m2_1 := \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=4}^6 y_i \};$$

$$\bar{m}_1 = (0, 0), \quad \bar{m}_2 = (1, 0).$$

$$9. \quad g2 \quad a_1 \quad a_2$$

$$\frac{0+1}{2}, \frac{0+0}{2} = (0.5, 0) \quad 0y:$$

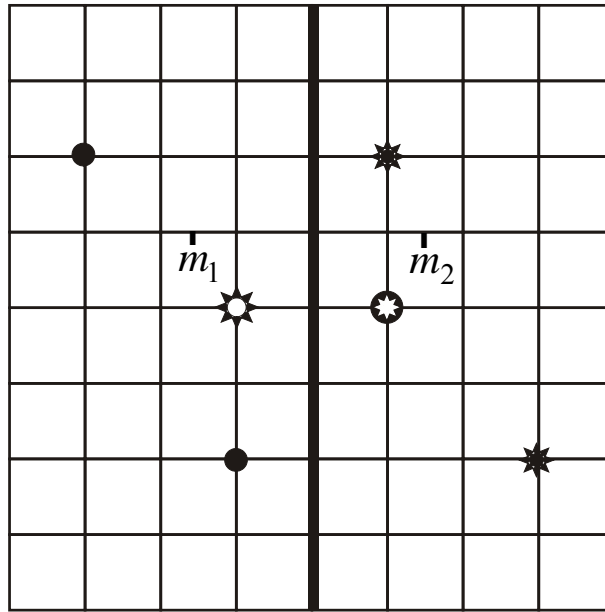
$$g2(x, y) = x - 0.5 = 0.$$

$$\{ x \leq 0.5, \quad \gamma_1, \quad \gamma_2 \} \tag{3.4}$$



$(\overset{\cdot}{m}_1 \quad \overset{\cdot}{m}_2)$

. 3.6.



. 3.6.

g2

10.

(3.3) (3.4)

–  $(\{x1_i\}; \{y1_i\}) \quad (\{x2_i\}; \{y2_i\}),$

$a_1 \quad a_2.$

$a_1.$

,  $x1 \quad y1 -$

$\overset{\cdot}{m}1 = (m1_0, m1_1)$

( )  $\overset{\cdot}{\sigma}1 = (\sigma1_0, \sigma1_1).$

:  $m1_0 = 0;$

$m1_1 = 0$  ( . . 8);

$D1_0 := \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^3 (x_i - m1_0)^2; \quad D1_1 := \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^3 (y_i - m1_1)^2;$

:  $\sigma1_0 := \sqrt{D1_0};$

$\sigma1_1 := \sqrt{D1_1};$

$\sigma1_0 = 1;$

$\sigma1_1 = 1.$

$$n := 48 \quad k := 1..n$$

$$\text{Norm}(z, m, \sigma) := \sqrt{\frac{12}{n}} \cdot \sigma \cdot \sum_k \text{rnd}(1) - \frac{n}{2} + m.$$

z

m

$\sigma$

100

$a_1$ :

$$N := 100 \quad i := 0..N-1$$

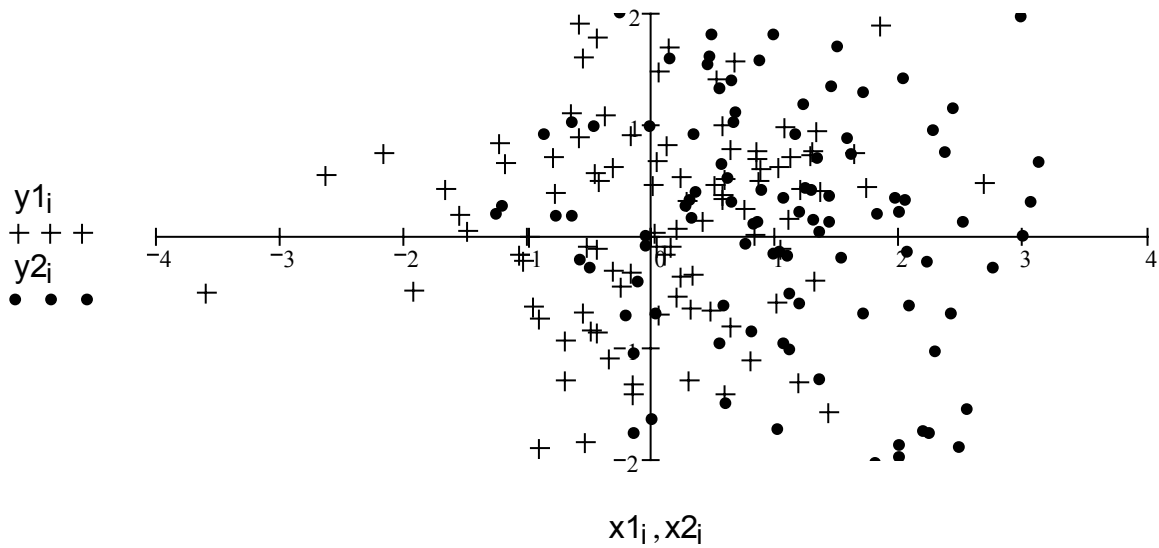
$$x1_i := \text{Norm}(i, m1_0, \sigma1_0) \quad y1_i := \text{Norm}(i, m1_1, \sigma1_1).$$

100

$$a_2: x2_i \quad y2_i.$$

11.

( . 3.7).



. 3.7.

12.

$(\{x_i\}; \{y_i\})$

(3.3).

$a_1$ ,

$$x_i := x1_i \quad y_i := y1_i.$$

(3.3):

$$a_i := \begin{cases} 1 & \text{if } x_i < -1.5 \\ a_i \leftarrow \text{if}[-0.5 \leq y_i \leq (x_i + 1), 2, 1] & \text{if } -1.5 \leq x_i \leq 0 \\ a_i \leftarrow \text{if}(y_i \geq -0.5, 2, 1) & \text{if } 0 < x_i \leq 0.5 \\ a_i \leftarrow \text{if}(y_i \geq 0.5, 2, 1) & \text{if } 0.5 < x_i \leq 1 \\ a_i \leftarrow \text{if}[(x_i - 2) \leq y_i \leq 0.5, 1, 2] & \text{if } 1 < x_i \leq 2.5 \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases} .$$

1 (  $\gamma_1$ ),  $a_i$ , 2 (  $\gamma_2$ ). -  
 $a_1$ ,  $\gamma_1$  - ,  $\gamma_2$  -  
 . -  
 $a_1$  -  
 N:

$$P11 := \frac{1}{N} \cdot \sum_i \text{if}(a_i = 1, 1, 0).$$

$$P21 := 1 - P11.$$

: P11 = 0.6; P21 = 0.4.

13.  $(\{x_i\}; \{y_i\})$

(3.4):

$$a_i := \text{if}(x_i < 0.5, 1, 2).$$

$$P11 \quad P21.$$

: P11 = 0.76; P21 = 0.24.

14. . 12, 13 ,

$a_2$ .

15. -

$$(3.3) \quad (3.4).$$

## Лабораторная работа № 4

### МЕТОДЫ ГРУППИРОВКИ ДАННЫХ

**Цель работы:**

– « » –  
 – ;  
 –

#### Теоретические сведения

–  
 :  
 ( )  
 , . . .  
 обучения без учителя –  
 (кластеры);  
 : ( )  
 ( )  
 :  
 ( )  
 ,  
 $\underline{x}$   $\underline{x}'$   
 ,  
 евклидово расстояние

$$r = \sqrt{(\underline{x} - \underline{x}')^T (\underline{x} - \underline{x}')} = \|\underline{x} - \underline{x}'\| \quad (4.1)$$

,  $d_0$ .  $d_0$   
 , ,

$$\underline{x}'^T = (x'_1, x'_2) \quad (4.1) \qquad \underline{x}^T = (x_1, x_2),$$

$$r = \sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + (x_2 - x'_2)^2}.$$

функций критерия.

$$J_e = \sum_{i=1}^k \sum_{x \in X_i} \|x - \mathbf{m}_i\|^2, \quad (4.2)$$

$$\mathbf{m}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{x \in X_i} x. \quad (4.3)$$

(4.2):  $X_i$   $\mathbf{m}_i$

«  $X_i$  » —  $x$   $\mathbf{m}_i$ .  
 $J_e$   $n$   $x_1, \dots, x_n$   $k$   
 $\mathbf{m}_1, \dots, \mathbf{m}_k$ .  
 $J_e$

$$\mathbf{S}_i = \sum_{x \in X_i} (x - \mathbf{m}_i)^T (x - \mathbf{m}_i);$$

$$\mathbf{S}_W = \sum_{i=1}^k \mathbf{S}_i;$$

$$\mathbf{S}_B = \sum_{i=1}^k n_i (\mathbf{m}_i - \mathbf{m})^T (\mathbf{m}_i - \mathbf{m}),$$

$$\mathbf{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i \mathbf{m}_i$$

$$\mathbf{S}_T = \mathbf{S}_W + \mathbf{S}_B.$$

« $\hat{k}$ » — количество группировок, образующих разбиение множества  $X$  на  $\hat{k}$  группировок. Делимые (неделимые) группировки — это группировки, состоящие из  $n$  (одной) неделимой (делимой) группировки.

**базовой агломеративной группировки:**

- 1)  $\hat{k} = n$   $X_i = \{x_i\}, i = 1, \dots, n;$
- 2)  $\hat{k} \leq k$  ( ), ;
- 3)  $(X_i \cup X_j);$
- 4)  $X_i \cup X_j, X_j \hat{k} - 1;$
- 5) .

$$d_{\min}(X_i, X_j) = \min_{\substack{x \in X_i, \\ x' \in X_j}} \|x - x'\|; \quad (4.4)$$

$$d_{\max}(X_i, X_j) = \max_{\substack{x \in X_i, \\ x' \in X_j}} \|x - x'\|; \quad (4.5)$$

$$d_{\text{mean}}(X_i, X_j) = \|\bar{m}_i - \bar{m}_j\|. \quad (4.6)$$

(4.2) -

(4.4) – (4.6)

### Алгоритм «ближайший сосед»

$d_{\min}$ ,  $X_i$   $X_j$ ,  $X_i$   $X_j$ ,  $d_{\min}$ ,  $( \quad ) -$ ,  $d_{\min}$ ,  $($ ,  $)$ .

» —

### Алгоритм «дальний сосед»

$d_{\max}$ ,

диаметр группы

метр разделения

диа-

### Порядок выполнения работы

1. ( )  
 $\xi_i = (x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, 10,$





## Контрольные вопросы

1. « » « -  
»?
2. ?
3. -
4. ?
5. ? -
6. -  
?

## Пример выполнения лабораторной работы

1. : -  
 $\xi_i = (x_i, y_i), i = 1 \dots 10,$  -

$\xi_i$  . 4.1.

4.1

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_i$	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4
$y_i$	0	3	1	3	1	4	2	4	1	5

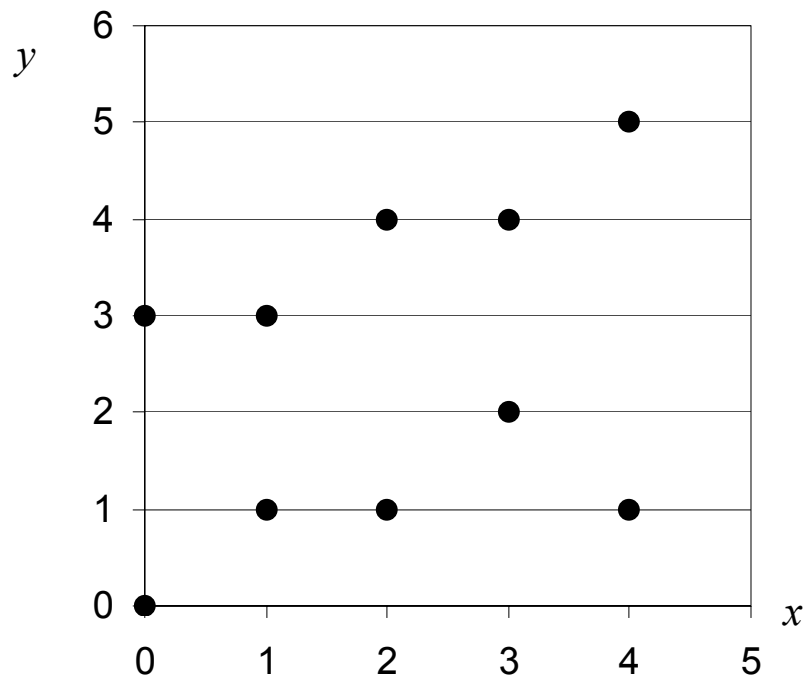
$\xi_i$   
 $i$  . 4.1.

2.  $x_0y,$   
. 4.1.

3.  $d_{ij}$   
 $i = 1 \dots 10, j = 1 \dots 10:$

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} .$$

. 4.2.



. 4.1.

4.  $N$  ( $N = 45 - d$ )

$d_{ij}$

$d_{ij}$

. 4.3,  $k -$

$d$ .

разрядов

$d$

$d_i, (i = 1 \dots 13 -$

. 4.3).

. Полигон ( . 4.2) -

$d_i$  (

)

$r_i$

( эмпирической вероятностью) . Относительной частотой (  $i-$

$k_i,$

$N:$

$$r_i = k_i / N .$$

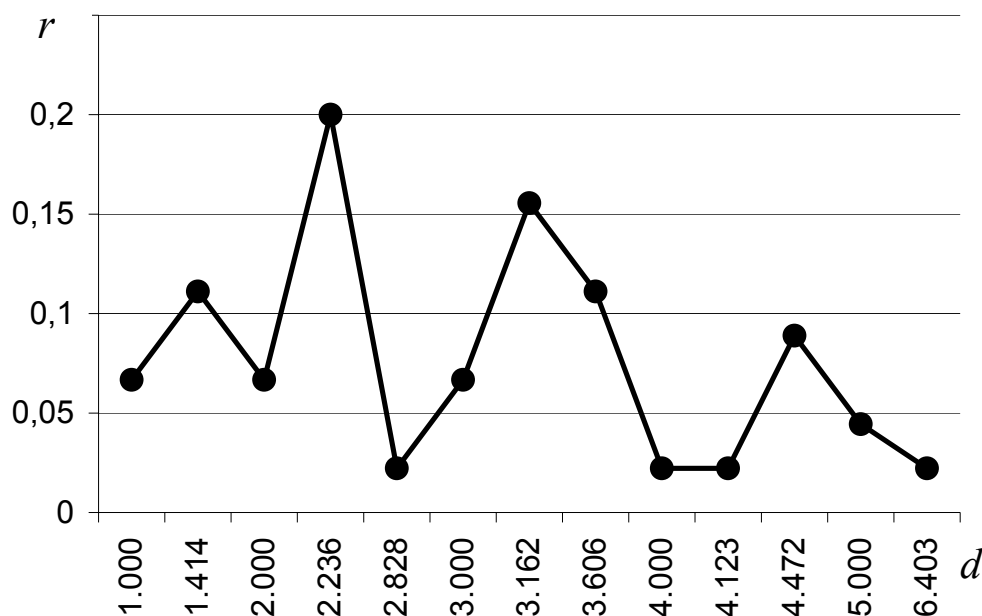
4.2

$d_{ij}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3.000	1.414	3.162	2.236	4.472	3.606	5.000	4.123	6.403
2		2.236	1.000	2.828	2.236	3.162	3.162	4.472	4.472
3			2.000	1.000	3.162	2.236	3.606	3.000	5.000
4				2.236	1.414	2.236	2.236	3.606	3.606
5					3.000	1.414	3.162	2.000	4.472
6						2.236	1.000	3.606	2.236
7							2.000	1.414	3.162
8								3.162	1.414
9									4.000

4.3

$d_i$	1.000	1.414	2.000	2.236	2.828	3.000	3.162
$k_i$	3	5	3	9	1	3	7

$d_i$	3.606	4.000	4.123	4.472	5.000	6.403
$k_i$	5	1	1	4	2	1



. 4.2.

5.  $d_{ij}$  -  
 (1) (10),  
 $a_1$   $a_2$ .  
 (1)  $\in a_1$ , (10)  $\in a_2$ .

(1).  
 6.  $d_{1j}$  ;  $d_{13} = 1.414$ ;  
 (1) (3) (  $a_1$  ) -  
 - (3);  
 $d_{3j}$  3;  $\min\{d_{3j}\} =$   
 $d_{35} = 1.000$ ; (5)  $\in a_1$ , 5;  
 $5 \min\{d_{5j}\} = d_{57} = 1.414$ , (7)  
 $a_1$  7;  
 $7 \min\{d_{7j}\} = d_{79} = 1.414$ , (9)  $\in a_1$ ;  
 9 -  $d_{9,10}$ ,  
 (10) {1, 3, 5, 7, 9}, -  
 (1) (10) -  
 (  $a_1$  ),  
 $a_1: \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $a_2: \{2, 4, 6, 8, 10\}$ .

7.  $d_{35} = 1.00$ , -  
 $d_{19} = 4.12$  , -  $d_{a1} = 2.24$ ;  
 $a_2$ :  $d_{24} = d_{68} = 1.00$ , -  
 $- d_{2,10} = 4.47$ , -  $- d_{a2} = 2.28$ .

8.

( 4.3, ).

9.

(K ≥ 2)

(1) (10)

: (1) ∈ a<sub>1</sub>,

(10) ∈ a<sub>2</sub>.

4.2

d<sup>1</sup> = 1.414

: (1-3), (4-6), (8-10), . . .

d<sup>2</sup> = 2.236 -

{(4-5), (4-7), (4-8)}, {(6-2), (6-7), (6-10)}, {(7-3), (7-4), (7-6)};

(4), (6) (7)

d<sup>2</sup>.

(4), (6), (7)

(1) (10) ( 4.1):

d<sub>14</sub> < d<sub>17</sub> < d<sub>16</sub> (3.16 < 3.61 < 4.47);

d<sub>10,6</sub> < d<sub>10,7</sub> < d<sub>10,4</sub> (2.24 < 3.16 < 3.61);

разброса внутри класса d<sub>max</sub>

d<sub>14</sub>;

d<sup>3</sup> = 3.126 -

{(8-2), (8-5),

(8-9)};

(8).

(8)

(10) -

d<sub>8,10</sub> = 1.414 < d<sub>max</sub> = 3.162,

(10) (8)

(a<sub>2</sub>);

d<sup>4</sup> = 4.472

(2)-(9), (2)-(10) (5)-(10)

{2, 5} {9, 10}.

d<sub>max</sub> = 3.162.

d<sub>1i</sub>, d<sub>10,i</sub> (i = 1...10) ( 4.4).

d<sub>max</sub>

{1, 2, 3, 4, 5} ∈ a<sub>1</sub>

{6, 7, 8, 10} ∈ a<sub>2</sub>

(9).

(9) -

(7)

d<sub>9,10</sub> = 4.00 < d<sub>9,1</sub> = 4.123,

(9)

a<sub>2</sub>.

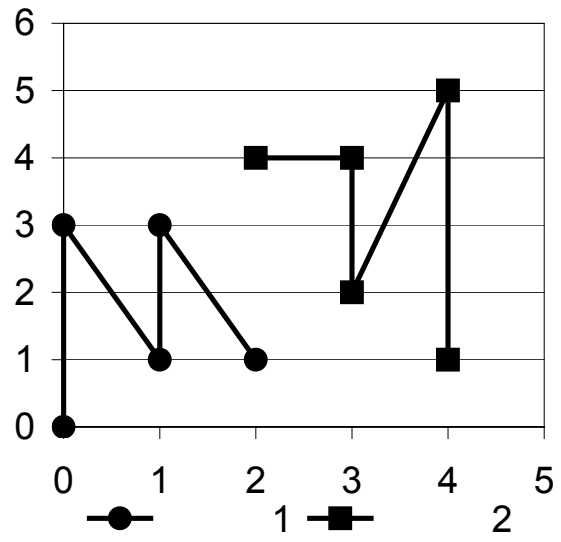
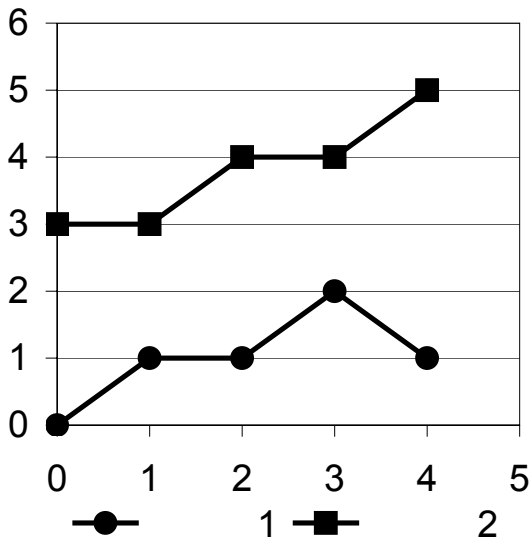
	(10)								
<i>i</i>	8	6	7	4	9	2	5	3	1
<i>d<sub>ij</sub></i>	1.414	2.236	3.162	3.606	4.000	4.472	4.472	5.000	6.403

	(1)								
<i>i</i>	3	5	2	4	7	9	6	8	10
<i>d<sub>ij</sub></i>	1.414	2.236	3.000	3.162	3.606	4.123	4.472	5.000	6.403

$a_1: \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad a_2: \{6, 7, 8, 9, 10\}.$

10.  $d_{35} = d_{24} = 1.00,$   
 $- d_{14} = 3.16, \quad - d_{a1} = 2.11;$   
 $a_2: \quad d_{68} = 1.00,$   
 $d_{9,10} = 4.00, \quad - d_{a2} = 2.42.$

11. . 4.3, .



. 4.3.

## Библиографический список

- ... / ... , ... , ... . – ... : ... - " ... - ", 2003. – 109 .
- ... / ... , ... , ... . – ... : ... - " ... - ", 2002. – 89 .
- / ... . – ... , 2000. – 479 .
- ... ; ... . – ... , 1976. – 511 .
- ... / ... - ... , 1970. – 90 .
- ... , ... . – ... , 1986. – 264 .
- ... / ... ; ... . – ... , 1979. – 367 .



## Содержание

.....	3
1. -	
.....	4
2.	
.....	17
3. ....	30
4. ....	42
.....	54

## МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

...

... , 2008

60×84 1/16. . . . 2. . . .  
... . 3. . . . 50 . . . .

---

“ . . . ”  
61070, -70, . , 17  
<http://www.khai.edu>  
“ ”  
61070, -70, . , 17  
[izdat@khai.edu](mailto:izdat@khai.edu)